

Über die Existenz und Eindeutigkeit einer Lösung der Hammerstein'schen Gleichung in Banachräumen

HERBERT AMANN

Communicated by H. LEWY

1. EINLEITUNG

Es sei X ein reeller Banachraum mit Dualraum X^* , und $\langle \cdot, \cdot \rangle$ bezeichne die natürliche Bilinearform auf $X^* \times X$. Ferner sei Y ein reeller Hilbertraum mit Skalarprodukt (\cdot, \cdot) . Die Räume (X, Y, X^*) sind *in normaler Lage*, wenn

- (1.1) (i) $X^* \subset Y \subset X$ algebraisch und topologisch,
 (ii) $\langle u^*, u \rangle = (u^*, u) \quad \forall u^* \in X^*, \quad \forall u \in Y$

gilt, und wenn Y ein dichter linearer Teilraum von X ist. Für jedes $p \in [1, 2]$ sind zum Beispiel die Räume $(L_p(0, 1), L_2(0, 1), L_q(0, 1))$ $q = p(p - 1)^{-1}$, in normaler Lage; ebenso bilden gewisse Orlicz-sowie andere Banach'sche Funktionenräume Beispiele für Räume in normaler Lage [2].

Ein linearer Operator $K : X \rightarrow X^*$ heisst *accretiv*, wenn

$$\langle Ku, u \rangle \geq 0 \quad \forall u \in X$$

ist, und ein accretiver Operator ist *winkelbeschränkt*, wenn ein $\gamma \geq 0$ existiert, derart dass

$$(1.2) \quad |\langle Ku, v \rangle - \langle Kv, u \rangle| \leq \gamma \langle Ku, u \rangle^{1/2} \langle Kv, v \rangle^{1/2} \quad \forall u, v \in X$$

gilt. Der Operator K ist genau dann winkelbeschränkt, wenn der numerische Wertebereich seiner Komplexifizierung in einem Sektor der Gestalt

$$(1.3) \quad \{\zeta \in \mathbf{C} \mid |\arg \zeta| \leq \alpha < \pi/2\}$$

enthalten ist [1].

Ein nichtlinearer Operator $F : X^* \rightarrow X$ ist *hemistetig*, wenn F stetig ist von Geradenabschnitten in die schwache Topologie von X .

In einer früheren Arbeit haben wir den folgenden Existenz- und Eindeutigkeitssatz für die *Hammerstein'sche Gleichung*