

# *Localisation des Espaces de Besov Homogènes*

ABDELLAH YOUSSEFI

**Introduction.** L'un des problèmes, qui remontent aux travaux de B. Muckenhoupt, R. L. Wheeden et W. S. Young [5], a été de caractériser (en dimension quelconque) les multiplicateurs de Fourier de  $L^2(|x|^{2s} dx)$  ( $s \in \mathbf{R}$ ). En travaillant dans cette direction, E. Sawyer [7] a remarqué que le problème revient à déterminer les multiplicateurs de  $\dot{X}_2^{s,2}$ . L'espace  $\dot{X}_2^{s,2}$  contient un et un seul élément de chaque classe de l'espace  $\dot{B}_2^{s,2}$  (espace de Besov homogène); d'ailleurs G. Bourdaud [4] a récemment défini, de façon précise, les espaces  $\dot{X}_p^{s,q}$  nommés "réalisation usuelle" de  $\dot{B}_p^{s,q}$ .

Dans son article, E. Sawyer a montré le théorème suivant :

**Théorème 1.** *Soit  $s > 0$  vérifiant  $s - \frac{n}{2} \in \mathbf{R}^+/\mathbf{N}$  et  $\frac{s-n}{2} \in \mathbf{R}^+/\mathbf{N}$ ; alors les propriétés suivantes sont équivalentes :*

- (1)  *$m$  est un multiplicateur de  $\dot{X}_2^{s,2}$ ,*
- (2)  *$\sup_{t>0} \|\eta \cdot d_t m\|_{B_2^{s,2}} < +\infty$ ; où  $B_p^{s,q}$  désigne l'espace de Besov inhomogène,  $(d_t m)(x) = m(\frac{x}{t})$  et  $\eta$  une fonction de classe  $C^\infty$ , portée par  $\frac{1}{4} \leq |x| \leq 4$  et égale à 1 sur  $\frac{1}{2} \leq |x| \leq 2$ .*

Comme il arrive en pareil cas, E. Sawyer n'a pas fourni une preuve simple à son théorème. Les techniques utilisées apparaissent compliquées pour pouvoir étendre le théorème aux espaces  $\dot{X}_p^{s,p}$ .

Un problème, adjacent au précédent, était de caractériser les multiplicateurs des espaces inhomogènes. Pour ce faire, le cas des espaces de Sobolev a conduit Strichartz [9] à commencer par étudier la localisation de ces espaces. Peu après, J. Peetre [6] a amorcé l'étude des espaces de Besov.

A partir de là, G. Bourdaud [2] a donné une forme générale à la localisation, dans le cadre des espaces de Banach de distributions : on part d'une fonction  $h \in D(\mathbf{R}^n)$  vérifiant :