

Verallgemeinerte Multipolfelder

REIMAR LÜST, ARNULF SCHLÜTER UND
ELEONORE TREFFTZ

Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen

Communicated by W. TOLLMIEH

Zusammenfassung. Es werden skalare und vektorielle verallgemeinerte Multipolfelder definiert, so dass bei Rückführung auf das Potential des Unipols statt der Funktion $1/r$ (wie bei den gewöhnlichen Multipolfeldern) eine beliebige kugelsymmetrische Stammfunktion $g(r)$ auftritt. Es werden explizite Darstellungen dieser Felder, Differentiationsformeln und algebraische Zusammenhänge zwischen ihnen abgeleitet. Formeln für die Multiplikation zweier beliebiger Multipolfelder mit einander werden angegeben. Die Entwicklung eines vorgegebenen zylindersymmetrischen Feldes nach allgemeinen Multipolen und ihre Eindeutigkeit werden betrachtet. Im Anhang wird ein aus der Theorie stellarer Magnetfelder stammendes Beispiel näher ausgeführt.

Die folgende Untersuchung ist aus einem praktischen Bedürfnis bei der Behandlung von Problemen entstanden, dessen wesentliche Züge so charakterisiert werden können: Es ist ein System von (evt. nichtlinearen) Vektordifferentialgleichungen zu integrieren; die angestrebte Lösung sei zylindersymmetrisch um eine Achse auf der sich ein ausgezeichnete Punkt befindet (etwa als Schnittpunkt mit einer Symmetrieebene der Lösung); man wisse von der Lösung bereits, dass sie sich auf jeder Kugelschale um diesen Mittelpunkt einigermaßen einfach verhalte, aber vielleicht in komplizierter Weise vom Mittelpunktsabstand abhängt. Ein typisches Problem dieser Art ist die Theorie des inneren Aufbaus rotierender Sterne. Ein anderes (damit zusammenhängendes) Problem ist im Anhang dargestellt; hier besitzt die Lösung auch nicht annähernd Kugelsymmetrie.

In solchen Fällen ist es nun häufig sehr unzweckmässig, ein spezielles Koordinatensystem einzuführen und die Vektorgleichungen in ihre Komponenten aufzuspalten, da dabei leicht der Überblick über die Bedeutung und Grösse der einzelnen Glieder, sowie über die geltenden Identitäten (z.B. $\text{div rot} = 0$, $\text{rot grad} = 0$) verlorengeht. Insbesondere wird hierdurch die exakte oder näherungs-