

Su Movimenti di Tipo Browniano

ANTONIO PIGNEDOLI

Istituto matematico Salvatore Pincherle, Università di Bologna

Memoria presentata da DARIO GRAFFI

1. Introduzione e posizione del problema. Nell'ipotesi che sia assegnato un numero N , assai grande, di sistemi simili, si indichi con x l'energia di uno qualunque di questi sistemi, supponendo, inoltre, che x sia soggetta a variazioni del tutto irregolari (moto di tipo browniano).

Essendo $N(x, t) dx$ il numero dei sistemi pei i quali, al tempo t , l'energia è compresa fra i valori x ed $x + dx$, la variazione di $N(x, t)$ riferita all'unità di tempo, variazione che vale $\partial N(x, t)/\partial t$ soddisfa, in generale, ad una equazione funzionale della forma:*

$$(1) \quad \frac{\partial N(x, t)}{\partial t} = \alpha[N(x, t)],$$

dove con α si indica un operatore lineare. Ora è dimostrato che, affinché la (1) rappresenti effettivamente un fenomeno a carattere probabilistico, l'operatore α deve essere un operatore differenziale lineare del secondo ordine.

Occorre inoltre che sia soddisfatto un teorema di conservazione del numero di particelle, alla quale condizione si trova potersi ottemperare ponendo:

$$(2) \quad \alpha[N] = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \{a(x)N\} - b(x)N \right],$$

con $a(x)$ e $b(x)$ funzioni note. Se ne conclude così che la funzione incognita $N(x, t)$ soddisfa all'equazione differenziale alle derivate parziali:

$$(3) \quad \frac{\partial N(x, t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [a(x)N(x, t)] - \frac{\partial}{\partial x} [b(x)N(x, t)].$$

* Vedi: UHLENBECK & ORNSTEIN, Phys. Rev. **36**, 823 (1930); RAYLEIGH, Phil. Magazine **32**, 424 (1891); *idem*, Scient. Papers, **111**, pag. 473; AMALDI & WICK, Fisica nucleare, Roma (1948).