

Anfangswertprobleme bei partiellen Differentialgleichungen mit Singularitäten

GÜNTER HELLWIG

Vorgelegt von L. BERS

1. Einleitung

Wir betrachten die allgemeinste lineare partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung, die wir in der Form

$$(1.1) \quad \begin{aligned} L[u] &\equiv (Au_x)_x + (Bu_x)_y + (Bu_y)_x - (Cu_y)_y + (Pu)_x + (Qu)_y - Du \\ &= F \end{aligned}$$

schreiben können, in der rechten Halbebene $x \geq 0$. Dabei sind die Koeffizienten A, B, \dots, F Funktionen von x, y . Als Anfangskurve \mathfrak{f} wählen wir die y -Achse oder ein geeignetes Stück dieser Achse. Unser Problem besteht darin, geeignete Vorgaben auf der Anfangskurve \mathfrak{f} zu finden, die so beschaffen sein sollen, dass das für (1.1) dadurch resultierende Anfangswertproblem

- 1.) eine Lösung $u(x, y)$ besitzt, die geeignete mit (1.1) verbundene Abschätzungen erfüllt;
- 2.) diese Lösung eindeutig ist und
- 3.) stetig von den Anfangsdaten abhängt.

Den in 1.) geforderten Abschätzungen werden wir später einen präzisen Sinn beilegen.

Die *Charakteristiken* von (1.1) werden durch die Gleichung

$$(1.2) \quad A dy^2 - 2B dx dy - C dx^2 = 0,$$

die *charakteristischen Richtungen* durch

$$(1.3) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{A} (B \pm K) = E^* \quad \text{mit} \quad K = +\sqrt{AC + B^2}$$