

Das Anfangswertproblem der statistischen Mechanik

RUDOLF KURTH

Vorgelegt von E. HOPF

Übersicht. In §1 wird die Hauptgleichung (3) für die statistische Behandlung von gewöhnlichen Differentialgleichungssystemen aufgestellt. Ohne zusätzliche Voraussetzungen und Hypothesen kann man aus ihr jedoch keine Schlüsse über die Lösungen ziehen. In §2 werden solche zusätzliche Annahmen für Massensystemen von sehr vielen Freiheitsgraden genannt. Damit wird das Anfangswertproblem der statistischen Mechanik formuliert. Schliesslich werden einige unmittelbare, sehr allgemeine Folgerungen aus der Grundgleichung gezogen. In §3 wird in aller Kürze gezeigt, dass die mechanische Grundgleichung §2(3) bei vorgegebener Anfangsbedingung genau eine Lösung besitzt, die von der Anfangsbedingung stetig abhängt und mittels sukzessiver Approximationen berechnet werden kann.

Im folgenden soll ein mechanisches System mit einer endlichen, aber sehr grossen Anzahl von Freiheitsgraden untersucht werden. Seine Bewegungsgleichungen seien

$$\dot{x}_i = f_i(x, t), \quad i = 1, 2, \dots, k.$$

Dabei bedeuten

t die Zeitvariable,

Punkte die Differentiation nach t ,

T die Zeitachse,

x_i , $i = 1, 2, \dots, k$, rechtwinklige kartesische Koordinaten des k -dimensionalen Zahlenraumes (des *Phasenraumes*) Γ ,

x den Vektor (x_1, x_2, \dots, x_k) ,

$f_i(x, t)$ gegebene Funktionen, welche überall in $\Gamma \times \Gamma$ erklärt sind und stetige partielle Ableitungen erster und zweiter Ordnung nach den x_i besitzen.

Die allgemeine Aufgabe der Mechanik ist es nun, den Verlauf der Bewegungen bei beliebig gegebener Anfangsbedingung

$$x = \overset{\circ}{x} \quad \text{für} \quad t = \overset{\circ}{t}$$

vorauszusagen, d. h. also diejenige Lösung

$$x = \chi(\overset{\circ}{x}, \overset{\circ}{t}, t)$$

des Differentialgleichungssystems zu berechnen oder zu charakterisieren, für