Sur l'équation intégrale singulière non linéaire et sur les propriétés d'une intégrale singulière pour les arcs non fermés

W. POGORZELSKI

Mémoire transmis par A. Zygmund

1. Introduction. Les équations intégrales non linéaires à forte singularité de première et de seconde espèce ont les formes

(1)
$$\int_{t} \frac{F[t, \tau, \varphi(\tau)]}{\tau - t} d\tau = f(t)$$

(2)
$$\varphi(t) = \int_{L} \frac{F[t, \tau, \varphi(\tau)]}{\tau - t} d\tau$$

où t et τ désignent deux points variables sur l'ensemble L de lignes d'intégration dans le plan de la variable complexe, $F(t, \tau, u)$ est une fonction déterminée dans la région

$$t \in L$$
; $\tau \in L$; $u \in \Pi_0$

où Π_0 désigne un domaine dans le plan de la variable complexe, φ désigne la fonction inconnue, les intégrales ont le sens de la valeur principale de Cauchy.

L'équation intégrale (2) était étudiée récemment par A. Gousseïnov. [1] dans le cas particulier où la ligne d'intégration L est un segment d'axe réel.

Les équations (1) et (2) étaient aussi l'objet des études de l'auteur de cet article dépuis 1924 dans les travaux [4], [5], [6], [7]. Les travaux concernent le cas où L est un ensemble de lignes fermées dans le plan de la variable complexe. Sous la même hypothèse à étudiée J. Wolska et récemment D. Przeworska-Rolewicz le système d'équations intégrales non linéaires à la forte singularité dans les travaux [8], [9], [10].

Dans le travail présent nous étudierons l'équation de seconde espèce dans le cas où L est un ensemble fini des arcs simples non fermés et ne se coupant pas dans le plan de variable complexe.

Ce cas fournit de difficulté nouvelle, puisque alors les intégrales du type de Cauchy ne restent pas bornées en général, si le point variable t tend vers les extremités des arcs d'intégration.