

Sur la presque-périodicité des solutions de l'équation des ondes non homogène

S. ZAIDMAN

Mémoire transmis par E. HILLE

Introduction. L'étude du comportement presque-périodique des solutions $u(X, t)$ de l'équation des ondes *homogène*:

$$(1) \quad u_{,tt}(X, t) = \sum_{i,i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ii}(X) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) - a(X)u(X, t), \quad X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

satisfaisant des conditions aux limites homogènes sur la frontière S d'un domaine borné Ω de l'espace à n dimensions, a été commencée par MUCKENHOUPT [1] (dans l'espace à une dimension), et puis a été continuée dans le cas général par S. BOCHNER [2], S. BOCHNER & J. VON NEUMANN [3] et S. SOBOLEV [4].

Dans les travaux [2] et [3] on avait démontré que toutes les solutions $u(X, t)$ de (1), considérées comme des fonctions abstraites définies pour $-\infty < t < +\infty$ et à valeurs dans un espace de Hilbert attaché à l'équation (1), et qui ont la trajectoire relativement compacte quand $-\infty < t < +\infty$, sont des fonctions abstraites presque-périodiques dans le sens de BOCHNER [5]. (Dans le travail [3] étaient considérées aussi des classes beaucoup plus larges d'équations opérationnelles pour lesquelles un théorème de ce type était démontré.)

Dans le travail [4], S. SOBOLEV réussit à démontrer que pour l'équation des ondes (1) les solutions $u(X, t)$ ont la propriété de compacité demandée et la presque-périodicité des solutions de l'équation des ondes se trouva ainsi établie.

Pour finir cet aperçu historique il faut encore mentionner que dans une suite de travaux de O. LADYJENSCAIA ayant pour objet la solution du problème mixte pour l'équation (1) par la méthode de Fourier, la presque-périodicité des solutions de l'équation des ondes était de nouveau établie d'une manière directe, sans faire appel aux théorèmes de [2] ou de [3]. Nous citerons seulement la monographie [6].

Le but de notre travail est l'étude de la presque-périodicité des solutions de l'équation des ondes *non-homogène*:

$$(2) \quad u_{,tt}(X, t) = \sum_{i,i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ii}(X) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right) - a(X)u(X, t) + f(X, t)$$